

Analogieversuche
zur Ausbreitung von Bebenwellen in einem
homogenen Erdinnern

(Beziehungen zwischen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten von longitudinalen und
transversalen Wellen in relaxierenden Medien)

Gekürzte Fassung der

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

Philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel

von

Siegfried Vielhauer

aus Karlsruhe (Deutschland)

Würzburg 1953

Universitätsdruckerei H. Stürtz AG., Würzburg



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41507228_0063

Analogieversuche
zur Ausbreitung von Bebenwellen in einem
homogenen Erdinnern

(Beziehungen zwischen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten von longitudinalen und
transversalen Wellen in relaxierenden Medien)

Gekürzte Fassung der

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

Philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel

von

Siegfried Vielhauer

aus Karlsruhe (Deutschland)

Würzburg 1952

Universitätsdruckerei H. Stürtz AG., Würzburg

Genehmigt von der Philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät
auf Antrag der

Herren Professoren Dr. Werner Kuhn
Dr. Hans Kuhn

Basel, den 6. Dezember 1951

Prof. Dr. A. Ostrowski
Dekan

Herrn Siegfried Vielhauer wurde von der Philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel am 6. Dezember 1951 erlaubt, diese gekürzte Fassung seiner am 6. Dezember 1951 genehmigten Inaugural-Dissertation drucken zu lassen. Die vollinhaltliche Arbeit mit dem Titel

Über die Fortpflanzung longitudinaler und transversaler
Wellen in relaxierenden Medien

kann eingesehen werden:

1. im Physikal.-chem. Institut der Universität Basel;
2. in der Universitätsbibliothek Basel;
3. in der Schweizerischen Landesbibliothek in Bern.



Dem Andenken meiner lieben Tante

Fräulein

K Ä T H E S T O B E R

in Dankbarkeit gewidmet

ABSTRACT

The velocity of propagation of longitudinal and transversal ultrasonic waves has been determined in a glass-like substance at various temperatures both above and below the softening point, the viscosity and density of the substance being determined at the same temperatures. It was found that the propagation of the transversal waves continues up to a temperature 30–40° above the softening point, demonstrating that transversal waves can be propagated in media which are unquestionable liquids.

From the experimental results the modulus of torsion, the modulus of compression and the mean time of relaxation of shear stresses in the medium could be calculated in the range of temperatures considered.

A decrease of longitudinal velocity was observed as the material passes through the softening range, a decrease whose magnitude could be explained quantitatively only by assuming that the relaxation of shear stress occurring in the softening range of the material involves a simultaneous relaxation of about 30% of the modulus of compressibility.

These results provide support for the theory that there is no discontinuous change in density and composition at the earth core. The reduction in longitudinal velocity occurring at the seismic discontinuity at a depth of 2900 km can in fact quantitatively be accounted for by the assumption that the relaxation time of the shear stresses in the medium at that depth equals the period of the seismic disturbance and that, as above, the disappearance of the modulus of torsion results in a reduction of about 30% in the modulus of compression.

The modulus of compression as calculated in the outer 2900 km of the earth from the velocity of seismic waves is thus, in reality, a dynamic quantity, *i.e.* if a static pressure were applied for a period exceeding some 300 years the modulus of compressibility then observed would be about 30% smaller. This conclusion has to be borne in mind particularly when calculating changes in the density of the interior of the earth as a result of gravitational effects. A compressibility about 30% higher than hitherto assumed should now be inserted in such calculations.

A characteristic and necessary result deriving from the assumption of a continuous variation of density and composition in the earth is a marked dispersion of the velocities of propagation at the boundary of the earth's "core" and a variation in the size of the earth's "core" with the frequency of the earthquake wave, a disturbance of higher frequency corresponding to a somewhat smaller "core". It is interesting, therefore, that these effects (dispersion and dependence of "core" diameter on frequency) have in fact been established experimentally by K. ALTENBURG by subjecting seismographic records to Fourier analysis.

1. DEUTBARKEIT DER SEISMISCHEN DISKONTINUITÄT AM „ERDKERN“ DURCH STOFFLICHE INHOMOGENITÄT EINERSEITS, DURCH (STETIGE) ÄNDERUNG DER VISKOSITÄT ANDERSEITS

Es ist bekannt, daß die Beobachtung der *Fortpflanzungsgeschwindigkeit* der longitudinalen und transversalen Bebenwellen ein Mittel gibt, um über den Zustand der im Erdinnern vorhandenen Materie Aufschluß zu bekommen. Die Beziehungen, welche zwischen diesen *Geschwindigkeiten* und den *Materialkonstanten des Mediums*,

in welchem sich die Wellen ausbreiten, bestehen, sind für die Schlüsse, welche wir hinsichtlich des Erdinnern aus dem Verhalten der Bebenwellen ziehen können, grundlegend.

Diese Beziehungen sind, der üblichen Darstellung gemäß, für *feste Medien* einerseits, für *flüssige Medien* anderseits stark verschieden: In einem *festen Medium* breiten sich sowohl *Longitudinal-* als auch *Transversalwellen* aus, wobei die Ausbreitungsgeschwindigkeit V der longitudinalen Wellen und die Geschwindigkeit U der transversalen Wellen mit dem *Kompressionsmodul* k_a (dem reziproken Wert der Kompressibilität), dem *Torsionsmodul* T_a , sowie mit der Dichte ϱ der Substanz verknüpft sind durch die Beziehungen

$$V = \sqrt{\frac{k_a + \frac{4}{3} T_a}{\varrho}} \quad (\text{longitudinale Wellen in festem Medium}) \quad (1)$$

bzw.

$$U = \sqrt{\frac{T_a}{\varrho}} \quad (\text{transversale Wellen in festem Medium}). \quad (2)$$

In einer Flüssigkeit dagegen breiten sich nur longitudinale Wellen aus, wobei deren Ausbreitungsgeschwindigkeit aus dem Kompressionsmodul k'_a der Flüssigkeit und deren Dichte ϱ auf Grund der Beziehung

$$\mathfrak{B} = \sqrt{\frac{k'_a}{\varrho}} \quad (\text{longitudinale Wellen in flüssigem Medium}) \quad (3)$$

zu bestimmen ist.

Von besonderer Bedeutung sind diese Beziehungen für die Diskussion der bekannten in 2900 km Tiefe auftretenden *Diskontinuität der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bebenwellen*. Die Diskontinuität besteht bekanntlich darin, daß bis zu Tiefen unter der Erdoberfläche, welche kleiner als 2900 km sind, sowohl longitudinale als auch transversale Wellen fortgepflanzt werden, während sich in Tiefen, welche größer als 2900 km sind, nur longitudinale Wellen ausbreiten. Am Orte der seismischen Diskontinuität, d. h. an der Grenze des „Erdkerns“ ist dann*

$$V = 13 \text{ km/sec} \quad (4)$$

$$U = 7,2 \text{ km/sec} \quad (5)$$

$$\mathfrak{B} = 8,5 \text{ km/sec.} \quad (6)$$

Nach der *Eisenkernhypothese* wird dieses Verhalten in bekannter Weise dadurch gedeutet, daß am Orte der seismischen Diskontinuität auch eine *stoffliche Diskontinuität*, d. h. die Grenze eines aus Eisen und Nickel bestehenden Erdkerns gegen einen aus Silikaten und Oxyden bestehenden festen Mantel angenommen wird. Da sich bei dieser Annahme sowohl die elastischen Konstanten als auch die Dichten beim Übergang durch die Grenze des Erdkerns sprunghaft ändern, können die in den Gl. (4), (5) und (6) angegebenen Geschwindigkeiten durch Einsetzen passender Konstanten in (1), (2) und (3) leicht gedeutet, d. h. mit diesen Formeln in Übereinstimmung gebracht werden.

Es ist aber nach W. KUHN und A. RITTMANN [1] äußerst wahrscheinlich, daß die Eisenkernhypothese aufgegeben werden muß und daß die seismische Diskontinuität

* Nach neueren Angaben von GUTENBERG würde sogar $V \cong 13,6$ und $\mathfrak{B} = 7,5 \text{ km/sec}$ betragen. Vgl. hierzu *loc. cit.* I (Literaturverzeichnis Nr. 1) dortige Anmerkung 2, S. 217.

in 2900 km Tiefe *nicht* durch eine stoffliche Diskontinuität zu deuten ist, sondern durch eine *Abnahme der Viskosität*, bzw. durch eine Abnahme der für die Abklingung von Schubspannungen maßgebenden *Relaxationszeit* τ beim Übergang zu großen Tiefen des Erdinnern.

Der schwerwiegendste Einwand gegen die Eisenkernhypothese ist in der Unmöglichkeit begründet, eine plausible Erklärung für die Vorgänge zu finden, welche in *asymptotischer Weise* aus einem homogenen Urzustand zu einer Eisenkernerde mit der heutigen Viskosität, Temperaturdruckverteilung und sonstigen Zusammensetzung geführt haben sollen, wobei sich die letztgenannten Parameter innerhalb von $3 \cdot 10^9$ Jahren in größeren Tiefen kaum geändert haben können. Eine weitere Schwierigkeit besteht darin, daß die *Menge an Eisen*, welche benötigt würde, um eine Eisenkernerde aufzubauen, etwa 1,4mal so groß ist, als es der Gesamtmasse der Erde und der kosmischen Häufigkeit des Eisens relativ zur kosmischen Häufigkeit von Si, O, Mg usw. (Häufigkeit der Elemente außer Wasserstoff) entsprechen würde*.

Nach dieser Auffassung (von W. KUHN und A. RITTMANN) muß die Zusammensetzung der tieferliegenden Teile des Erdinnern im wesentlichen *homogen* und wenn veränderlich, dann *stetig veränderlich* sein (Zunahme des Wasserstoff- und Eisengehaltes, Abnahme des SiO_2 -Gehaltes von außen nach innen).

Die Tatsache, daß sich transversale Wellen im äußeren, nicht aber im inneren Teil des Erdkörpers ausbreiten können, hängt nach dieser Auffassung, wie schon bemerkt, mit der *hohen Viskosität* bzw. mit der großen, für die Relaxation von Schubspannungen geltenden *Relaxationszeit* τ im äußeren und einer geringeren Viskosität in den tieferen Teilen des Erdkörpers zusammen. Da bei Vorliegen *eines* Zusammenhaltsmechanismus die Relaxationszeit τ für Schubspannungen mit der Viskosität η des Mediums und dem Torsionsmodul T_a durch die Beziehung [2]

$$\eta = T_a \cdot \tau \quad (7)$$

verknüpft ist und da die Viskosität des Erdkörpers als ganzem etwa $\eta = 10^{20}$ bis 10^{22} ist, ergibt sich tatsächlich beispielsweise für die ersten 2000 km unter Berücksichtigung der Feststellung, daß T_a von der Größenordnung 10^{12} dyn cm⁻² ist, eine Relaxationszeit

$$\tau \simeq 10^8 - 10^{10} \text{ sec entsprechend } 3-300 \text{ Jahre} \quad (8)$$

(äußerste 2000 km des Erdkörpers).

Da die Periode der Bebenwellen etwa $\vartheta = 2-50$ sec beträgt, *ist hier die Abklingungszeit* τ *für Schubspannungen sehr viel größer als die Periode der bei der Ausbreitung von transversalen Wellen in Frage kommenden Schubbeanspruchungen*, so daß in diesem Gebiet tatsächlich eine ungehinderte Ausbreitung der transversalen Wellen und damit die Gültigkeit der Beziehungen (1) und (2) verständlich erscheint.

Beim Übergang von einer Tiefe von 2000 zu 2900 km würde nach W. KUHN und A. RITTMANN infolge der Zunahme der Temperatur und des Wasserstoffgehaltes, unter Umständen auch infolge Zusammenbruchs des Silikatsystems durch Reduktion des SiO_2 zu Si [3] die Viskosität auf etwa 10^{12} Poise und damit die Relaxationszeit τ [nach Gl.(7)] auf etwa 1 sec absinken. Wir hätten also

$$\tau \ll 10 \text{ sec} \quad (9)$$

(Erdkörper bei Tiefen über 2900 km).

* *loc. cit.* I, insbes. S. 224.

Für die Bebenwellen hätte dies den Übergang von einem Gebiet, in welchem $\tau \gg \vartheta$ (d. h. Relaxationszeit viel größer als Periode der Bebenwellen) ist, zu einem Gebiet, in welchem $\tau < \vartheta$ (d. h. die Relaxationszeit kleiner als die Periode der Bebenwellen) ist und damit eine rasche Absorption der transversalen Wellen zur Folge, also den Übergang zu einem Gebiet, in welchem Gl. (3) Gültigkeit hat.

Wenn ein Übergang von $\eta = 10^{22}$ zu $\eta = 10^{12}$ (also um 10 Zehnerpotenzen) auf einer Strecke von 500 km erfolgen würde, so würde eine Änderung von η und damit nach Gl. (7) eine Änderung von τ um einen Faktor 10 (um eine Zehnerpotenz) auf einer Strecke von etwa 50 km, eine Änderung um einen Faktor 2 durchschnittlich auf einer Strecke von etwa 15 km erfolgen. Man überlegt sich, daß diese Änderung rasch genug wäre, um eine Reflexion der Bebenwellen an der Grenze des „Erdkerns“ zu ermöglichen, indem die Wellenlänge einer Bebenwelle von 5-sec-Periode ungefähr 50 km beträgt. Ebenso überlegt man sich, daß in solchem Falle eine *nur schwache Absorption der longitudinalen Wellen* beim Durchtritt derselben aus dem Gebiete hoher in Gebiete niedriger τ -Werte zu erwarten ist [4], eine Aussage, deren Richtigkeit durch die unten zu beschreibenden Versuche bestätigt wird.

2. QUANTITATIVE DEUTBARKEIT DER FORTPFLANZUNGSGESCHWINDIGKEITEN DABON ABHÄNGIG, OB ZUSAMMENBRUCH DER SCHUBBEANSPRUCHBARKEIT EINEN TEIL DES KOMPRESSIONSMODULS MIT ERFASST ODER NICHT

Wenn das Verschwinden der transversalen Wellen in einer Tiefe von 2900 km durch das angedeutete Verhalten der für die Abklingung von Schubspannungen geltenden Relaxationszeiten befriedigend erklärt wird, so zeigt es sich, daß die *quantitative* Deutung der in den Gl. (4), (5) und (6) angegebenen Zahlenwerte der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten eine sorgfältige Betrachtung erfordert.

Wenn bei gegebener Periode ϑ der Bebenwellen bei 2900 km Tiefe ein Übergang von $\tau > \vartheta$ zu $\tau < \vartheta$ und damit ein Zusammenbruch der Schubbeanspruchbarkeit der Materie erfolgt, so ist es denkbar, daß durch den Zusammenbruch der Schubbeanspruchbarkeit einfach der Schubmodul T_a in Gl. (1) und (2) wegfällt, ohne daß der Kompressionsmodul K_a dadurch berührt wird. In diesem Falle wäre in Gl. (3)

$$K'_a = K_a \quad (10)$$

(Annahme, daß der Kompressionsmodul durch den Zusammenbruch der Schubbeanspruchbarkeit nicht betroffen wird)

zu setzen. In diesem Falle müßte, da die Dichte ρ keine sprunghafte Änderung an der Grenze des „Erdkerns“ erfährt, auf Grund von (1), (2) und (3) zwischen den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten V , U und $\mathfrak{B}$ die Beziehung

$$\mathfrak{B}^2 = V^2 - \frac{4}{3} U^2 \quad (10a)$$

bestehen. Auf Grund dieser Beziehung und der in Gl. (4) und (5) angegebenen Werte von V und U würde sich $\mathfrak{B} = 10 \text{ km sec}^{-1}$ ergeben, während nach (6) ein Wert von $8,5 \text{ km sec}^{-1}$ (oder ein noch kleinerer Wert) beobachtet wird.

Der durch Gl. (10) gekennzeichneten Annahme kann man die Überlegung gegenüberstellen, daß mit dem Zusammenbruch der Zusammenhaltsmechanismen, welche im glasartig festen amorphen Medium die Schubbeanspruchbarkeit bedingen, auch ein Teil der Zusammenhaltsmechanismen, welche die Inkompressibilität

der Substanz bedingen oder erhöhen, durch Relaxation zum Verschwinden kommen. Oder auch: Es könnte dieselbe Molekülbeweglichkeit, welche ein rasches Verschwinden der Schubspannungen zur Folge hat, auch eine in nützlicher Frist auftretende Neuordnung der Moleküle bei einer Druckerhöhung möglich machen und damit die *Kompressibilität* erhöhen. In diesem Falle müßte

$$k'_a < k_a \quad (11)$$

(Annahme, daß der Kompressionsmodul durch den Zusammenbruch der Schubbeanspruchbarkeit teilweise mitbetroffen wird)

sein, so daß etwa gelten wird

$$k'_a = \alpha \cdot k_a, \quad \text{wobei } \alpha < 1 \text{ ist.} \quad (11a)$$

Es hat in diesem Falle an Stelle von (10a) zu gelten

$$\mathfrak{B}^2 = \alpha(V^2 - \frac{4}{3}U^2), \quad \text{wobei } \alpha < 1 \text{ ist.} \quad (11b)$$

Soviel uns bekannt ist, ist ein Hinweis auf diese Möglichkeit erstmals von W. KUHN und A. RITTMANN im Zusammenhang mit der Betrachtung über den Zustand des Erdinnern gemacht und durch den Hinweis gestützt worden (l. c. I), daß nach einer allgemeinen von P. W. BRIDGMAN gemachten Feststellung die Kompressibilität von Flüssigkeiten höher zu sein pflegt als die von festen Stoffen.

Die erwähnte Feststellung, wonach die Beziehung (10a) durch die an der Grenze des „Erdkerns“ beobachteten Geschwindigkeitswerte [Gl. (4), (5) und (6)] *nicht* erfüllt wird, ist, indem die Gültigkeit von (10) als selbstverständlich vorausgesetzt wurde, als Einwand gegen die stoffliche Homogenität oder Stetigkeit des Erdinnern geltend gemacht worden [5]. Die durch die Gl. (10) und (11) gegebenen Möglichkeiten sind also einander gegenübergestellt. Um eine *experimentelle Entscheidung* zu treffen, haben wir Versuche über die Fortpflanzung von longitudinalen und transversalen Wellen im Erweichungsgebiet amorpher Körper unternommen und es wurden die Beziehungen festgestellt zwischen dem Kompressionsmodul k'_a der flüssigen Substanz, in welcher sich die transversalen Wellen nicht fortpflanzen und dem Kompressionsmodul k_a der amorphen festen Substanz, in welcher sich sowohl longitudinale als transversale Wellen fortpflanzen.

3. ENTSCHEID DURCH EXPERIMENTELLE BEOBACHTUNG DER FORTPFLANZUNGSGESCHWINDIGKEITEN VON LONGITUDINAL- UND TRANSVERSALWELLEN UNTERHALB, IM INNERN UND OBERHALB DES ERWEICHUNGSGEBIETES AMORPHER STOFFE

Es wurde zu diesem Zwecke die Dichte, die Viskosität sowie die Geschwindigkeit von longitudinalen und transversalen Ultraschallwellen (Frequenz $\nu \sim 0,82 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$) in einem organischen Kunstharz, dessen Erweichungspunkt bei 36°C liegt, im Temperaturintervall von 20° bis 150°C gemessen. Die Wahl eines organischen Glases als Versuchsobjekt hatte den Vorteil, daß der Übergang von einem Zustand, in welchem transversale Wellen sich ausbreiten können (Gebiet der Gültigkeit von Gl. (1) und (2)) zu einem Gebiet, in welchem sich nur longitudinale Wellen ausbreiten [Gebiet der Gültigkeit von Gl. (3)] bei einer Temperatur erfolgt (für Ultraschallwellen der Frequenz $\nu = 0,82 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$ bei etwa $65\text{--}75^\circ\text{C}$), bei welcher Messungen bequem durchgeführt werden konnten.

a) Besonderheit der Versuchssubstanz: Ausgedehntes Relaxationszeitspektrum:

Allgemeines über das Verhalten solcher Substanzen

Die Wahl eines solchen Versuchskörpers brachte es mit sich, daß im Erweichungsgebiet der Substanz nicht mit *einem* einzigen für die Schubbeanspruchbarkeit maßgebenden Zusammenhaltmechanismus und entsprechend nicht mit *einer* die Abklingung der Schubspannung beherrschenden Relaxationszeit, sondern mit einem ausgedehnten, die Abklingung der Schubspannungen bewirkenden *Relaxationszeitspektrum* zu rechnen war. Gleichzeitig war damit zu rechnen, daß das Ausmaß, in welchem sich die Relaxation der Schubspannungen auf die Kompressibilität auswirkt, für verschiedene Teile des Schubspannungs-Relaxationszeitspektrums verschieden sein wird. Ebenso ist in solchem Falle die Viskosität nicht mehr durch die Beziehung (7), sondern durch ein Integral

$$\eta = \int_0^{\infty} \frac{d\mathbf{T}_0}{d\tau} \tau d\tau \quad (12)$$

gegeben. Für diesbezüglichen Berechnungen kann auf eine ausführliche, im Druck befindliche Arbeit verwiesen werden [6], ebenso für die Einzelheiten der experimentellen Anordnung und einen Teil der Beobachtungsdaten.

Selbstverständlich zeigt die Berechnung, daß der Übergang von dem Gebiet, in welchem die Gl. (1) und (2) gelten, zu dem Gebiet, in welchem Gl. (3) gilt, in Wirklichkeit *stetig* erfolgt. Die Formeln (1) und (2) einerseits, die Formel (3) andererseits stellen Grenzfälle dar von zwei Gleichungen, von denen die eine die Ausbreitung (Geschwindigkeit und Absorption) der longitudinalen Wellen, die andere die der transversalen Wellen im gesamten Gebiet wiedergibt.

Der Grenzfall der Gültigkeit von Gl. (1) und (2) liegt dann vor, wenn die Schwingungsdauer der mechanischen Beanspruchung ϑ viel kleiner ist als *alle* im Relaxationszeitspektrum der Substanz bei der betreffenden Temperatur vorkommenden Relaxationszeiten τ_i ; in Formeln, wenn

$$\vartheta \ll \tau_i \quad (13)$$

(charakteristisch für glasartig starren Körper)

gilt.

Umgekehrt liegt der Grenzfall der Gültigkeit von Gl. (3), also der Fall einer Flüssigkeit dann vor, wenn ϑ viel größer ist als *alle* bei einer Torsionsdeformation auftretenden Relaxationszeiten:

$$\vartheta \gg \tau_i \quad (14)$$

(charakteristisch für Flüssigkeit).

Wenn unter bestimmten Bedingungen von Druck und Temperatur alle Relaxationszeiten endlich sind, was z. B. auch für die äußeren Teile des Erdinnern zutreffen dürfte [s. Gl. (8)], so entnimmt man den Beziehungen (13) und (14), daß sich *die-selbe* Substanz im Falle einer hochfrequenten Beanspruchung als glasartig fester Körper verhält mit einem bestimmten Torsionsmodul $\mathbf{T}_0$ [Gl. (1) und (2)], im Falle einer niedrig frequenten oder statischen Beanspruchung dagegen wie eine Flüssigkeit, welche gemäß Gl. (7) oder (12) eine bestimmte, vom genauen Wert der (niedrigen) Frequenz praktisch unabhängige Viskosität besitzt. Die Frage, ob eine gegebene Substanz als glasartig fester Körper [mit Gültigkeit von Gl. (1) und (2)]

oder als Flüssigkeit [mit Gültigkeit von Gl. (3)] anzusprechen ist, hängt von der Frequenz der mechanischen Beanspruchung, welcher der Körper ausgesetzt ist, ab.

b) Ergebnisse der Beobachtung

Als Versuchssubstanz wurde, wie bereits erwähnt, ein organisches Glas verwandt. Es wurde uns von der *Imperial Chemical Industries Ltd.* zur Verfügung gestellt und ist, nach Angabe dieser Firma, ein Polyester, der durch Kondensation eines polyvalenten Alkohols mit einer polyvalenten Säure hergestellt wurde. Die Substanz ist bei Zimmertemperatur glashart und durchsichtig, innere Spannungen verschwinden bei 28°C im Laufe von etwa 2 Stunden, bei 36°C augenblicklich. Die bei verschiedenen Temperaturen beobachteten Viskositäten sind in Tabelle 1 zusammengestellt, wobei mit Hilfe von Formeln extrapolierte Werte in Klammern gesetzt sind. Die Dichte war bei 20°C gleich $\varrho_4^{20} = 1,290$; im Temperaturbereich zwischen 20° und 160°C ist sie gegeben durch die Formel

$$\varrho = 1,305 - 7,80 \cdot 10^{-4} t + 4,7 \cdot 10^{-7} t^2. \quad (15)$$

Die an der Versuchssubstanz festgestellten longitudinalen und transversalen Schallgeschwindigkeiten V bzw. U und $\mathfrak{B}$ sind in Abhängigkeit von der Temperatur in Abb. 1 wiedergegeben.

Tabelle 1. Viskosität η ; Torsionsmodul T_a ; für die Abklingung der Schubspannungen geltende mittlere Relaxationszeiten $\bar{\tau}$ und Kompressionsmodul k_a in Abhängigkeit von der Temperatur.
Extrapolierte Werte sind in Klammern gesetzt.

$t^\circ C$	η (Poise)	$T_a \cdot 10^{-10}$ Dyn/cm ²	$\bar{\tau}$ (sec)	$k_a \cdot 10^{-10}$ Dyn/cm ²
20	(1,15 · 10 ¹³)	1,95	(5,90 · 10 ²)	5,17
30	(4,57 · 10 ⁹)	1,71	(2,68 · 10 ⁻¹)	4,87
40	(5,62 · 10 ⁸)	1,48	(3,79 · 10 ⁻²)	4,66
50	1,69 · 10 ⁷	1,27	1,33 · 10 ⁻⁵	4,44
60	9,06 · 10 ⁵	1,08	8,39 · 10 ⁻⁵	4,22
65	2,70 · 10 ⁵	0,990	2,73 · 10 ⁻⁵	4,11
70	9,33 · 10 ⁴	0,975	1,03 · 10 ⁻⁵	4,00
75	3,46 · 10 ⁴	0,825	4,19 · 10 ⁻⁶	3,90
80	1,41 · 10 ⁴	0,746	1,89 · 10 ⁻⁶	3,79
85	6,34 · 10 ³	0,674	9,41 · 10 ⁻⁷	3,67
90	3,10 · 10 ³	0,603	5,14 · 10 ⁻⁷	3,56
100	(8,93 · 10 ²)	(0,476)	(1,88 · 10 ⁻⁷)	(3,32)
110	(3,21 · 10 ²)	(0,365)	(8,78 · 10 ⁻⁸)	(3,11)
120	(1,36 · 10 ²)	(0,269)	(5,05 · 10 ⁻⁸)	(2,89)
130	(6,73 · 10)	(0,188)	(3,58 · 10 ⁻⁸)	(2,67)
140	(3,72 · 10)			(2,44)
150	(2,25 · 10)			(2,22)
160	(1,48 · 10)			(1,95)

c) Ausbreitung von Transversalwellen in tropfbaren Flüssigkeiten

Es ist aus dieser Abbildung zu ersehen (Kurve A'B'), daß die Geschwindigkeit der transversalen Wellen in einem Temperaturbereich zwischen 20 und 75°C gemessen werden konnte. Die eingetragene Kurve entspricht den nach einer photographischen Methode durchgeführten Messungen. Visuell konnte die Ausbreitung

der transversalen Wellen, was aus der Abbildung nicht ersichtlich ist, sogar bis 80 oder 85 °C verfolgt werden. Dabei besitzt die Versuchssubstanz bei 75 °C nach Tabelle 1 eine Viskosität von etwa $3 \cdot 10^4$ Poise, bei 90 °C von etwa $3 \cdot 10^3$ Poise,

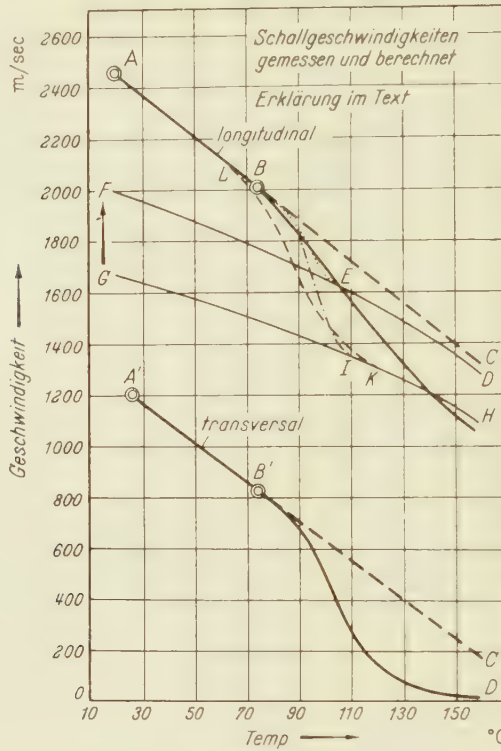


Fig. 1. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinal- und Transversalwellen im Versuchskörper in Abhängigkeit von der Temperatur. Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit dem unter verschiedenen Annahmen berechneten Verlauf.

Kurve $ALBEH$ und $A'B'E'$ experimentell beobachtet.

Kurve ABC : Verlauf, welcher im Falle $\theta \ll \tau_i$ (glasartig harter Körper) zu erwarten wäre.

Kurve FED : Verlauf, welcher im Falle $\theta \gg \tau_i$ (Flüssigkeit) und im Falle $\alpha = 1$ [Fehlen einer Relaxation des Kompressionsmoduls; Fall $k_a = k'_a$; Gl. (12a)] zu erwarten wäre.

Kurve $GIKH$: Verlauf, welcher im Falle $\theta \gg \tau_i$ (Flüssigkeit) und im Falle $\alpha = 0,7$ [30%ige, mit dem Wegfall der Schubbeanspruchbarkeit verbundene Relaxation des Kompressionsmoduls. Fall $k_a = 0,7 k'_a$; Gl. (11a)] zu erwarten wäre.

Kurve $ABED$: Übergang von Kurve AB zu Kurve FED berechnet mit $\alpha = 1$ und Vorliegen eines aus einer scharfen Linie bestehenden Relaxationszeitspektrums.

Kurve $ABIKH$: Übergang von Kurve AB zu Kurve GH , berechnet für $\alpha = 0,7$, und Vorliegen eines aus einer scharfen Linie bestehenden Relaxationszeitspektrums.

Kurve $ALKH$: Übergang von Kurve AB zu Kurve GH , berechnet für $\alpha = 0,7$ und Vorliegen eines aus einer breiten Bande bestehenden Relaxationszeitspektrums.

Die experimentelle Kurve $ABEH$ mündet in die Kurve GIH , nicht in die Kurve FED ein und zeigt damit eine beim Verschwinden der Schubbeanspruchbarkeit erfolgende etwa 30%ige Relaxation des Kompressionsmoduls an.

wobei die letztere Viskosität etwa der von Bienenhonig bei Zimmertemperatur entspricht. Wie schon erwähnt, verschwinden mechanische Spannungen praktisch genommen momentan (mit einer Relaxationszeit von einer bis einigen Zehntelsekunden)

bei 36°C . Es besteht also kein Zweifel, daß die Versuchssubstanz bei Temperaturen, bei welchen die Ausbreitung von transversalen Wellen einwandfrei beobachtet werden kann (insbesondere im Bereich zwischen 36°C und 75 bis 85°C) eine regelrechte Flüssigkeit ist.

Aus der gemessenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit U der transversalen Wellen und der gemessenen [durch Gl. (15) wiedergegebenen] Dichte ρ erhalten wir nach Gl. (2) den Torsionsmodul T_a der Versuchssubstanz. Die den verschiedenen Temperaturen entsprechenden, so erhaltenen T_a -Werte sind in Spalte 3 von Tabelle 1 zusammengestellt, während die Werte von k_a in ähnlicher Weise (auf Grund der longitudinalen Geschwindigkeiten V , der T_a - und der ρ -Werte) in Spalte 5 derselben Tabelle enthalten sind. Auf Grund der T_a -Werte und der gemessenen Viskositäten η können wir mit Hilfe der auch im allgemeinen Falle gültigen, aus

(12) und der Beziehung $T_a = \int_0^\infty \frac{dT_a}{d\tau} d\tau$ folgenden Beziehung

$$\eta = T_a \cdot \bar{\tau} \quad (16)$$

die für die Abklingung der Schubspannungen maßgebende mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$ berechnen. Den Zahlen, welche in der 4. Spalte von Tabelle 1 angegeben sind, entnehmen wir, daß bei einer Temperatur von 75°C die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$ gleich $4,2 \cdot 10^{-6}$, bei 90° dagegen $\bar{\tau} = 0,5 \cdot 10^{-6}$ sec beträgt. Zusammen mit der an Hand von Fig. 1 getroffenen Feststellung, wonach die transversalen Wellen oberhalb 80 – 90°C nicht mehr zu beobachten sind, besagt dies, daß das Verschwinden der transversalen Wellen, so wie es auf Grund von (13) und (14) erwartet werden muß, bei denjenigen Temperaturen erfolgt, bei denen die für die Abklingung der Torsionsspannungen wirksame Relaxationszeit ungefähr gleich der Schwingungsdauer ϑ der für die Versuche verwendeten transversalen Wellen ist ($\vartheta \sim 1,2 \cdot 10^{-6}$ sec). Es bestätigt sich die Erwartung, daß eine regelrechte Flüssigkeit die Ausbreitung von transversalen Wellen gestattet, wenn ihre Viskosität hoch oder die Frequenz der mechanischen transversalen Wellen groß genug ist. Auf die Verhältnisse im Erdinnern übertragen besagt diese Feststellung, daß auch in den äußersten 2900 km des Erdkörpers, in welchen sich ja transversale Bebenwellen fortpflanzen, keine kristallinisch feste Substanz vorhanden zu sein braucht. Ein Schmelzfluß, welcher eine Viskosität von beispielsweise 10^{20} bis 10^{22} Poise und demgemäß die in Gl. (8) angegebene Relaxationszeit für transversale Schubbeanspruchungen besitzt, gewährleistet die Ausbreitung der transversalen Bebenwellen genau so gut, wie eine kristallinisch feste Substanz es tun würde.

d) Feststellungen über die Abhängigkeit der T_a - und k_a -Werte von der Temperatur

Im Temperaturbereich zwischen 20 und 70°C (Bereich A bis B bzw. A' bis B') ist weder bei den longitudinalen noch bei den transversalen Wellen eine nennenswerte Absorption festzustellen. Die in diesem Temperaturbereich auftretende, ziemlich genau lineare Temperaturabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeiten ist daher nicht irgendwelchen Relaxationserscheinungen zuzuschreiben, sondern dem Umstande, daß die Dichte ρ und mit ihr auch die Grundwerte des Torsionsmoduls und des Kompressionsmoduls mit steigender Temperatur abnehmen. Die Kurvenstücke AB und A'B' entsprechen somit der Änderung der ρ -, T_a - und k_a -Werte, welche infolge der Wärmeausdehnung auftritt, wenn alle $\tau_i \gg \vartheta$ bleiben [Bereich

Gl.(13)]. Es ist anzunehmen, daß sich dieser Temperaturgang der q -, T_a - und k_a -Werte in ähnlicher Weise auch oberhalb 75 fortsetzen würde, wenn wir die Periode ϑ der Schallwellen so heruntersetzen könnten, daß wir auch bei den höheren Temperaturen im Gültigkeitsbereich der Gl.(13) bleiben würden. Das heißt *wir würden im Falle $\vartheta = \tau_i$ Ausbreitungsgeschwindigkeiten erwarten, welche ungefähr durch lineare Fortsetzung der Kurven AB bzw. $A'B'$ gegeben wären*, ein Verlauf, der in Abb.1 durch die gestrichelten Kurvenstücke BC' und $B'C''$ angedeutet ist. Dies wiederum bedeutet, daß die im Temperaturbereich oberhalb 75 C gültigen T_a - und k_a -Werte auf Grund der den Kurvenstücken BC' bzw. $B'C''$ entsprechenden V - und U -Werten, sowie der gemessenen Dichte ρ [Gl. (15)] unter Zugrundelegung der Gl. (1) und (2) annähernd zu bestimmen sind.

Es ist ziemlich sicher, daß die Extrapolation der Kurvenstücke AB und $A'B'$ durch die Kurven BC und $B'C'$ bei viel höheren Temperaturen (z.B. bei 140 C) keine gute Näherung mehr ist. Es ist vielmehr zu erwarten, daß die Kurven bei höherer Temperatur weniger steil, mehr parallel zur Abszissenachse verlaufen werden. Eine solche, in gewissen Grenzen bleibende, für die longitudinalen und die transversalen Wellen einigermaßen analoge Abweichung vom geradlinigen Verlauf der Kurvenstücke BC und $B'C'$ würde keine Änderung der im folgenden zu ziehenden Schlußfolgerungen mit sich bringen, so daß wir die Kurvenstücke BC und $B'C'$ als für unsere Zwecke brauchbare Näherungen verwenden werden.

e) Relaxation des Schubmoduls und Nachweis einer gleichzeitig erfolgenden teilweisen Relaxation des Kompressionsmoduls oberhalb 90°C

Wir haben bemerkt, daß die transversalen Wellen oberhalb etwa 90 C nicht mehr beobachtet werden können und wir entnehmen der Abb.1, daß die Geschwindigkeit der longitudinalen Wellen oberhalb 70 C allmählich und stark unter die dem Kurvenstück BC entsprechenden Beträge absinkt. Beides, das Verschwinden der transversalen Wellen und das Absinken der Ausbreitungsgeschwindigkeit der longitudinalen Wellen, sind durch die Relaxation des Torsionsmoduls (sowie eines Teils des Kompressionsmoduls), d. h. durch einen stetigen Übergang vom Gültigkeitsbereich der Gl.(1) und (2) zum Gültigkeitsbereich der Gl.(3) zu deuten. Der Übergang ist aber davon abhängig, ob mit der Relaxation des Torsionsmoduls eine teilweise Relaxation des Kompressionsmoduls verbunden ist oder nicht, so daß wir aus den beobachteten Kurven zwischen den Möglichkeiten (10) und (11) entscheiden können.

Betrachten wir zunächst die *Annahme Gl. (10), wonach der Kompressionsmodul beim Übergang vom glasartig festen zum flüssigen Zustande keinerlei Relaxation erfährt*. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\mathfrak{Q}$ für longitudinale Wellen in der Flüssigkeit, d. h. für Wellen, deren Periode $\vartheta = \tau_i$ ist, wäre dann durch Gl.(10a) gegeben, wobei V und U durch die Kurven ABC' und $A'B'C''$ von Fig.1 gegeben sind. Diese Größe ist durch die Kurve FED von Abb.1 wiedergegeben.

Als zweites betrachten wir den *Fall Gl. (11)* und setzen in Gl. (11a) versuchsweise $\alpha = 0,7$. Das würde bedeuten, daß $k'_a = 0,7 k_a$ wird, d. h. daß mit dem Verschwinden des Torsionsmoduls auch eine Erniedrigung des Kompressionsmoduls, bzw. eine Erhöhung der Kompressibilität um 30% verbunden ist. In diesem Falle wäre für die Flüssigkeit, d. h. für Wellen, deren Periode $\vartheta = \tau_i$ ist, die longitudinale Geschwindigkeit $\mathfrak{Q}$ durch Gl.(11b) gegeben. Die in diesem Falle für $\mathfrak{Q}$ erhaltene Kurve ist in Fig.1 als Kurve $GIKH$ eingetragen.

Falls jetzt bei steigender Temperatur (oberhalb 70) die durch das Verschwinden der transversalen Wellen dokumentierte Relaxation des Torsionsmoduls, der

Übergang vom Bereich (13) zum Bereich (14) stattfindet, so muß die longitudinale Geschwindigkeit vom Verlauf AB im Bereich (13) in die Kurve ED im Bereich (14) übergehen, falls mit der Relaxation des Torsionsmoduls keine Änderung des Kompressionsmoduls verbunden ist, in die Kurve GH dagegen, wenn mit der Relaxation des Torsionsmoduls eine etwa 30%ige Erniedrigung des Kompressionsmoduls verknüpft ist.

Der Übergang würde stetig sein und etwas verschieden, je nachdem für die Relaxation des Schubmoduls eine einzige Relaxationszeit oder ein Relaxationszeitspektrum zugrunde gelegt wird. Einzelne solcher Möglichkeiten sind auf Grund theoretisch berechneter Formeln, für welche auf die ausführliche Arbeit verwiesen sei, in Abb. 1 durch die Kurven $ABED$, $ABIH$ und $ALKH$ wiedergegeben.

Die Erfahrung zeigt nun (Kurve $ABEH$), daß mit steigender Temperatur von einem Einmünden der experimentellen Kurve in die Kurve FED keine Rede ist, daß die experimentelle Kurve vielmehr in die Kurve GIH einmündet. Alle in Frage kommenden Änderungen an den Kurven $B'C'$ und BC ändern nichts an dieser Feststellung. Die Übereinstimmung bei hoher Temperatur würde mit $\alpha = 0,65$ sogar noch etwas besser als mit $\alpha = 0,7$ ausfallen. Die Versuche zeigen somit, daß wir die Annahme Gl. (10) fallen lassen und Gl. (11) mit α ungefähr gleich 0,7 als richtig betrachten müssen. Das heißt es zeigen die Versuche, daß in dem Temperaturgebiet, in welchem die Beobachtbarkeit der transversalen Wellen aufhört, ein beschleunigtes Absinken der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Wellen stattfindet und daß das Ausmaß, in welchem letzteres zutrifft, nur verstanden werden kann, wenn ungefähr gleichzeitig mit der Relaxation des Torsionsmoduls eine Relaxation von etwa 30 bis 35% des Kompressionsmoduls eintritt, wenn α in Gl. (11a) etwa gleich 0,65 bis 0,7 gesetzt wird.

4. ÜBERTRAGUNG AUF VERHÄLTNISSE AN DER GRENZE DES „ERDKERNS“

Wir hatten nun eingangs festgestellt, daß bei Fehlen einer stofflichen Diskontinuität am „Erdkern“ im Falle $k_a = k'_a$ [Gl. (10)] die Beziehung (10a) gelten müßte, eine Beziehung, welche mit den in den Gl. (4), (5) und (6) angegebenen Zahlen in Widerspruch steht. Nun haben aber die vorstehenden Versuche an einem amorphen Körper gezeigt, daß $k'_a = \alpha \cdot k_a$ ist und wir haben für α die Größe

$$\alpha = 0,65 \text{ bis } 0,7 \quad (17)$$

gefunden. Nehmen wir jetzt an, daß sich die an der Grenze des „Erdkerns“ vorhandene Materie ähnlich wie unsere Versuchssubstanz verhält, so tritt an die Stelle von Gl. (10a) die Beziehung (11b). Setzen wir hierin für V und U die Zahlenwerte aus (4) und (5) ein, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B} &= 8,4 \text{ km sec}^{-1}, \quad \text{wenn } \alpha = 0,70 \text{ gesetzt wird,} \\ \mathfrak{B} &= 8,1 \text{ km sec}^{-1}, \quad \text{wenn } \alpha = 0,65 \text{ gesetzt wird.} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Es ist offensichtlich, daß die in (18) erhaltenen Zahlen mit (6) innerhalb der zu erwartenden Grenzen übereinstimmen. Wenn wir also annehmen, daß an der Grenze des Erdkerns keine stoffliche Diskontinuität vorliegt, daß dort vielmehr infolge Absinkens der Relaxationszeiten von Werten $\tau > \vartheta$ zu Werten $\tau < \vartheta$ die Fortpflanzung der transversalen Wellen aufhört, so erhalten wir eine Abnahme der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der longitudinalen Wellen von V auf $\mathfrak{B}$, wobei

der Betrag von $\mathfrak{V}$ (longitudinale Geschwindigkeit innen) aus Γ (longitudinale Geschwindigkeit außen) und U (transversale Geschwindigkeit außen) mit Hilfe von (11b) zu berechnen ist. Für $\mathfrak{V}$ erhalten wir dann den richtigen Zahlenwert, sofern wir annehmen, daß bei der Materie am „Erdkern“ eine teilweise Relaxation des Kompressionsmoduls gleichzeitig mit der Relaxation des Torsionsmoduls und in ähnlichem relativem Umfange wie bei dem von uns untersuchten Glase stattfindet. Es ist klar, daß damit jede Notwendigkeit einer stofflichen Diskontinuität oder auch einer Diskontinuität der Dichte, wie sie von W. H. RAMSEY [7] vorgeschlagen wurde, an der Grenze des „Erdkerns“ wegfällt.

Die Feststellung, daß wir in der Lage waren, die Ausbreitungsgeschwindigkeit der longitudinalen Wellen in dem gesamten Temperaturbereich, also auch in dem Bereich, in welchem die Relaxation des Torsionsmoduls und eines Teils des Kompressionsmoduls stattfindet, zu messen (Kurve $ABEH$ von Abb. 1) zeigt überdies, in Übereinstimmung mit hier nicht wiedergegebenen Formeln, daß die Absorption der longitudinalen Wellen im Übergangsbereich nur bescheidene Beträge annimmt.

5. DYNAMISCHER UND STATISCHER KOMPRESSIONSMODUL DER ÄUSSEREN TEILE DES ERDKÖRPERS

Wir haben im Anschluß an die Beziehungen (13) und (14) betont, daß die Frage, ob sich ein gegebener Stoff als glasartig fester Körper [Kompressionsmodul k_a und Torsionsmodul T_a gemäß Gl.(1) und (2)] oder als Flüssigkeit [Kompressionsmodul k'_a gemäß Gl.(3)] verhält, davon abhängt, ob $\vartheta < \tau_i$ oder ob $\vartheta > \tau_i$ ist. Da wir jetzt gesehen haben, daß $k'_a < k_a$ ist [Gl.(11a) und (17)], so bedeutet diese Feststellung unter anderem, daß wir bei einem amorphen Körper zwischen einem dynamischen und einem statischen Kompressionsmodul (k_a und k'_a) zu unterscheiden haben. Ist im glasartig festen Zustande der Kompressionsmodul

$$k = k_a \quad (19)$$

(Versuchsdauer viel kleiner als die vorkommenden Relaxationszeiten),

so ist er im glasartig flüssigen Zustande

$$k = \alpha k_a = k'_a \quad (20)$$

(Versuchsdauer viel größer als die vorkommenden Relaxationszeiten).

Im Zwischengebiet ist der Kompressionsmodul durch eine komplexe Größe darzustellen.

Wenn wir nun annehmen, daß die Materie im Erdinnern sich ähnlich wie die uns zugänglichen amorphen Stoffe verhält, so muß der Unterschied zwischen (19) und (20) auch für das Erdinnere gelten.

Nun gilt für die äußersten 2000 km des Erdkörpers nach Gl.(8) $\tau = 3-300$ Jahre. Messen wir hier die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bebenwellen, welche eine Periode z. B. 10 bis 100 sec besitzen, so messen wir offenbar unter den Bedingungen (19), also den bei relativ sehr kurzer Versuchsdauer auftretenden Kompressionsmodul. Ist, wie wir jetzt wissen, α von 1 verschieden, so muß dieselbe Substanz bei lange dauernder Druckbeanspruchung nicht den für kurze Versuchsdauer charakteristischen Kompressionsmodul k_a , sondern den für lange dauernde Druckbeanspruchung charakteristischen Kompressionsmodul $k'_a = 0,7 \cdot k_a$ aufweisen.

Dabei hat hier wegen Gl. (8) als lange dauernde Beanspruchung eine solche zu gelten, bei welcher derselbe Druck mehr als 3–300 Jahre lang wirkt. Das letztere ist nun bestimmt für den in den verschiedenen Tiefen des Erdkörpers durch den Druck hervorgebrachten Kompressionszustand, also für die Dichte, soweit sie durch die Kompressibilität der Materie und die Gravitation bedingt wird, der Fall. Das heißt,

es ist für die Berechnung der durch die Gravitation bewirkten Kompression der Materie im gesamten Teil des

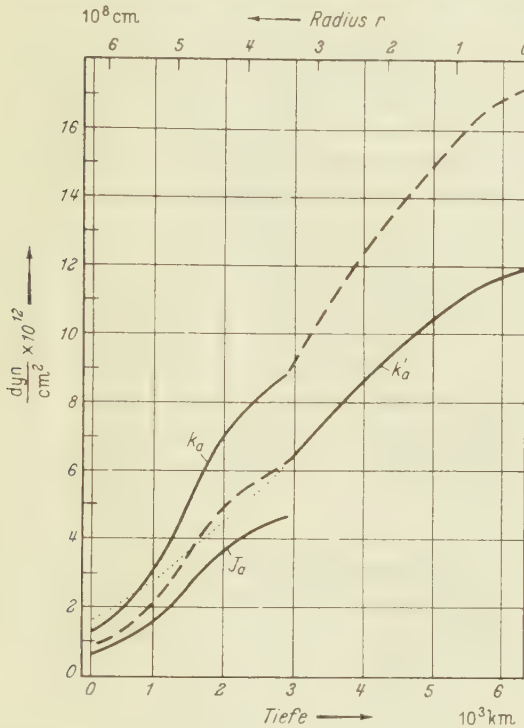


Fig. 2. Dynamischer und statischer Kompressionsmodul (k_a und k'_a), sowie Torsionsmodul T_a im Erdinnern. Ausgezogene Kurventeile: Experimentell aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bebenwellen und der Dichte ρ : diese Kurventeile sind aus der Arbeit von W. KUHN und A. RITTMANN, Geolog. Rundschau 32 1941 215, dortige Abb. 10, entnommen. Gestrichelte Kurventeile: k_a ist im Innern des „Erdkerns“ gleich $k'_a \cdot 1,43$ gesetzt; k'_a ist außerhalb des „Erdkerns“ gleich $k_a \cdot 0,7$ gesetzt. Die punktierte Variante für k'_a würden an der Erdoberfläche ungefähr in den für Eisen geltenden Wert übergehen; s. Text.

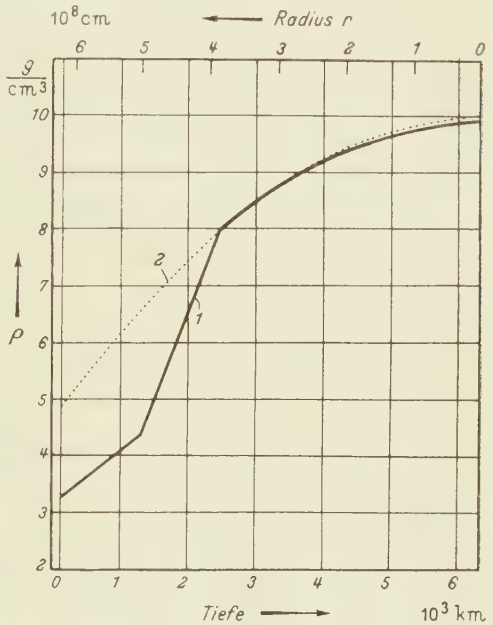


Fig. 3. Dichte ρ im Erdinnern. Die ausgezogene Kurve 1, welche bei kontinuierlicher Dichteverteilung im Erdinnern der Gesamtmasse und dem Trägheitsmoment der Erde Rechnung trägt, ist der Arbeit von W. KUHN und A. RITTMANN, Geolog. Rundschau 1941 32 215, dortige Abb. 7, entnommen. Die punktierte Kurve 2 gibt die Dichte, welche die im Erdkern vorhandene Materie auf Grund der Kompressibilität (k'_a gemäß Abb. 2) in den verschiedenen Tiefen auf Grund des dort vorhandenen Druckes besitzen würden. (Für diese Drucke s. Abb. 4.)

äußeren Erdkörpers, in welchem sich longitudinale und transversale Wellen fortpflanzen, nicht die aus seismischen Daten ermittelte Kompressibilität, sondern eine etwa um 30% größere Kompressibilität (ein um 30% kleinerer Kompressionsmodul) einzusetzen. In Abb. 2 sind die Kompressionsmoduln k_a und k'_a des Erdinnern dargestellt. Die ausgezogenen Kurventeile d. h. die Kurven für den Tiefenbereich 0 bis 2900 km im Falle von k_a und für den Bereich 2900 bis

6400 km im Falle von k'_a entsprechen den Werten, welche sich aus den beobachteten Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Bebenwellen unter Zugrundelegung der in Abb. 3, Kurve 1 wiedergegebenen Dichtenkurve ergeben. Der gestrichelte Teil der Kurve k_a für den Bereich von 2900 bis 6400 km Tiefe ist aus der für k'_a geltenden Kurve durch Multiplikation der Ordinatenwerte mit 1,07 (= 1,43) erhalten und der gestrichelte Teil der Kurve k'_a (für den Bereich von 0 bis 2900 km Tiefe) aus

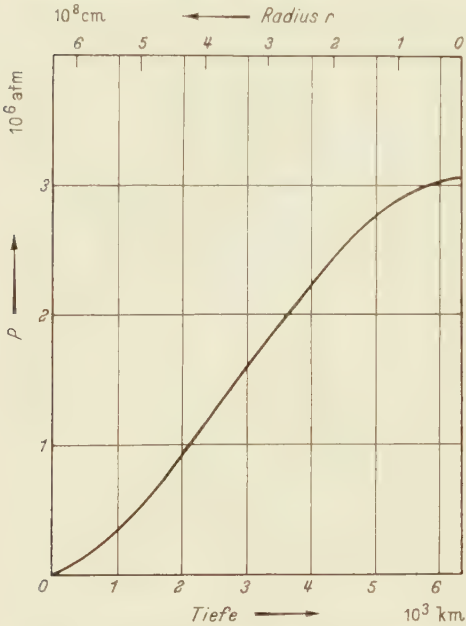


Fig. 4. Druck p im Erdinnern bei kontinuierlicher Dichteverteilung; entnommen aus W. KUHN und A. RITTMANN, Geolog. Rundschau 1941 32 215, dortige Abb. 9.

der für k_a geltenden Kurve durch Multiplikation der Ordinatenwerte mit 0,7, also dadurch, daß $k'_a = k_a \cdot 0,7$ gesetzt wurde. Die Tatsache, daß die Beziehung (11b) mit $\alpha = 0,7$ erfüllt ist, hat in Abb. 2 zur Folge, daß sich der gestrichelte Teil der Kurve für k'_a an den ausgezogenen (beobachteten) Teil ohne merkbare Unstetigkeit anschließt. In Einzelheiten können sich die Kurven natürlich noch ändern; sie geben nicht mehr als eine Orientierung. Die Kurve k'_a würde die *statische Kompressibilität* [Kompressionsmodul für $\vartheta \gg \tau_i$; Bereich Gl. (14)] des gesamten Erdinneren wiedergeben.

Wenn man, was sicher *nicht zutrifft*, annehmen würde, daß überhaupt keine stoffliche Differentiation der im Erdkörper vorhandenen Materie vorliegen würde, könnte man, wenn wir die Dichte im Erdmittelpunkt gleich $\varrho_0 = 10 \text{ g cm}^{-3}$ setzen, auf Grund des *statischen* Kompressionsmoduls k'_a (Abb. 2) und der in den verschiedenen Tiefen vorhandenen Drucke (Abb. 4) einen von der Kompressibilität allein herrührenden Gang der Dichte vom Erdmittelpunkt bis zur

Oberfläche berechnen. Es wäre, wenn ϱ_0 die Dichte im Mittelpunkt ist, in einem Abstände r vom Erdmittelpunkt die Dichte ϱ_r gegeben durch

$$\varrho_r = \varrho_0 e^{\int_0^r \frac{dp}{dr} \frac{1}{k'_a} dr} \quad (21)$$

Der in solcher Weise der *Kompressibilität allein* entsprechende Gang der Dichte ist in Abb. 3 als (gestrichelte) Kurve 2 eingetragen. Man sieht, daß die Annahme völliger Homogenität des Erdkörpers zusammen mit den k'_a -Werten den Dichteverlauf (von $r = 0$ bis etwa $r = 4 \cdot 10^8 \text{ cm}$) gut wiedergibt, daß aber die „wirkliche Dichte“ (Kurve 1 von Abb. 3) für $r > 4 \cdot 10^8 \text{ cm}$ in zunehmendem Maße kleiner als die unter Annahme völliger Homogenität folgende Kurve 2 von Abb. 3 ist. Der Unterschied zwischen Kurve 1 und 2 der Abb. 3 wäre der etwa bei $r = 4 \cdot 10^8 \text{ cm}$ einsetzenden, überall stetig verlaufenden und namentlich in den äußersten Teilen des Erdkörpers groß werdenden *Änderung der stofflichen Zusammensetzung* zuzuschreiben. Wenn man der in der Nähe des Erdmittelpunktes vorhandenen Materie

überall den durch die Kurve K'_a wiedergegebenen Verlauf des statischen Kompressionsmoduls zuerteilt, so würde die im „Erdkern“ vorhandene Materie bei Entspannung auf 1 Atm, wie Kurve 2 von Abb. 3 zeigt, eine Dichte von ungefähr $\rho = 4,85 \text{ g cm}^{-3}$ besitzen.

Wenn man derselben Materie im Bereich zwischen $r = 4 \cdot 10^8$ und $6,4 \cdot 10^8 \text{ cm}$ an Stelle der durch die gestrichelte Kurve von Abb. 2 gegebenen Werte von K'_a die durch die punktierte Kurve gegebenen Werte zuordnen würde, so würde die Dichte der auf 1 Atm entspannten „Erdkern“-Materie anstatt 4,85 ungefähr $5,6 \text{ g cm}^{-3}$ betragen. Die genannte punktierte Kurve für K'_a ist dadurch gekennzeichnet, daß der K'_a -Wert bei $p = 1 \text{ Atm}$ (Erdoberfläche; $r = 6,4 \cdot 10^8 \text{ cm}$) ungefähr gleich dem Kompressionsmodul von Eisen ($K'_a = 1,67 \cdot 10^{12} \text{ Dyn cm}^{-2}$) ist, für $p > 1,5 \cdot 10^9 \text{ Dyn cm}^{-2}$ bzw. für $r < 4 \cdot 10^8 \text{ cm}$ dagegen mit den experimentellen Daten der Kurve K'_a von Fig. 11 übereinstimmt.

Aus dem Gesagten wäre zu schließen, daß die im „Erdkern“ vorhandene Materie bei $p = 1 \text{ Atm}$ eine Dichte ρ , welche zwischen 5 und $5,5 \text{ g cm}^{-3}$ liegt, besitzen dürfte. Zum Vergleich sei angegeben, daß die mittlere Dichte, welche die die Erde aufbauende Materie beim Druck $p = 1 \text{ Atm}$ besitzen würde, auf etwa $4,4 \text{ g cm}^{-3}$ angegeben wird [8], während die Dichte von reinem Eisen bei $p = 1 \text{ Atm}$ gleich 7,8, die von reinem Nickel gleich $8,8 \text{ g cm}^{-3}$ wäre.

6. DISPERSION DER FORTPFLANZUNGSGESCHWINDIGKEIT DER BEBENWELLEN UND ABHÄNGIGKEIT DER GRÖSSE DES „ERDKERNS“ VON DER FREQUENZ DER BEBENWELLEN

Aus den Gl. (11b) und (17) folgt, wie wir sahen, daß die in 2900 km Tiefe auftretende Änderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ohne stoffliche Diskontinuität erklärt werden kann; doch folgt daraus nicht, daß sie auch so erklärt werden muß. Eine sprunghafte Änderung der Dichte mit zugehöriger passender Änderung der Moduln, wie sie nach der Erdkernhypothese angenommen wird, ist auf Grund des seismischen Verhaltens zwar nicht mehr gefordert, aber doch nicht ausgeschlossen. Es gibt jedoch *einen* Punkt, in welchem die Aussagen, die sich ohne und mit Annahme einer stofflichen Diskontinuität für das Verhalten der Bebenwellen ergeben, deutlich und in einer durch das Experiment grundsätzlich entscheidbaren Weise auseinandergehen. Es ist dies die *Dispersion der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bebenwellen* und im Zusammenhang damit insbesondere die *Abhängigkeit der Größe des „Erdkerns“ von der Frequenz der Bebenwellen*.

Befindet sich in 2900 km Tiefe eine stoffliche Diskontinuität (oder eine Diskontinuität der Dichte, ein Phasenwechsel), *so ist der Ort dieser Diskontinuität von der Frequenz der Bebenwellen unabhängig*, für alle Wellen an derselben Stelle. Liegt dagegen keine stoffliche Diskontinuität vor, wird vielmehr die seismische Diskontinuität dadurch bewirkt, daß ein (stetiger aber ziemlich rascher) Übergang von einem Gebiet, in welchem die Relaxationszeiten groß sind, zu einem Gebiet, in welchem sie klein sind, stattfindet, *so ist der Ort, an welchem dieser Übergang stattfindet, von der Frequenz der Bebenwellen abhängig* und zwar in dem Sinne, daß der Übergang für hochfrequente Wellen etwas näher am Erdmittelpunkt liegt als für niedrigfrequente Wellen; *es wäre also der „Erdkern“ für hochfrequente Wellen kleiner als für niedrigfrequente Wellen*. Hinzu kommt eine sowohl außerhalb als innerhalb des „Kerns“ vorhandene, in der Übergangszone besonders ausgeprägte *Dispersion der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bebenwellen*.

Von größtem Interesse ist es daher, daß von K. ALTENBURG [9] vor einiger Zeit Versuche veröffentlicht wurden, bei denen eine deutliche Dispersion der Bebenwellen festgestellt wurde und daß insbesondere bei den nahe am Erdkern vorbeigehenden Wellen die Anomalie festgestellt wurde, welche wir bei Vorhandensein einer Dispersion der Größe des Erdkerns erwarten müssen. Es ist offensichtlich, daß wir von einer Erweiterung solcher Versuche eine endgültige Abklärung der Frage erwarten können, wobei die bisherigen Daten stark für die Kontinuität der Dichten und der Zusammensetzung im gesamten Erdinnern sprechen.

Zusammenfassung

Die Viskosität, die Dichte, sowie insbesondere die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von longitudinalen und transversalen Ultraschallwellen in einer glasartig festen bzw. glasartig flüssigen Substanz werden unterhalb des Erweichungsgebietes, im Erweichungsgebiet selber und oberhalb desselben in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen. Ein Durchgang der transversalen Wellen ist bis zu Temperaturen, welche 30 bis 40° oberhalb des Erweichungspunktes des Harzes liegen, festzustellen, d. h. es ist die Ausbreitung von transversalen Wellen in einwandfrei tropfbaren Flüssigkeiten sichergestellt.

Auf Grund der Beobachtungsdaten lassen sich im betrachteten Temperaturbereich der Torsionsmodul, der Kompressionsmodul sowie die mittlere für die Abklingung der Schubspannungen maßgebende Relaxationszeit bestimmen.

Es zeigt sich, daß die beim Durchgang durch das Erweichungsgebiet eintretende Abnahme der longitudinalen Geschwindigkeit quantitativ nur gedeutet werden kann, wenn bei der Erweichung nicht nur die Schubspannungen relaxieren, sondern wenn etwa 30% des Kompressionsmoduls dieser Relaxation mitunterworfen sind.

Die Annahme eines in bezug auf Dichte und stoffliche Zusammensetzung kontinuierlichen Aufbaus des Erdinnern wird durch diese Ergebnisse insofern gestützt, als die am „Erdkern“ auftretende Abnahme der Geschwindigkeit der longitudinalen Wellen quantitativ durch die Annahme erklärt werden kann, daß an der Stelle der seismischen Diskontinuität in 2900 km Tiefe die Relaxationszeit gleich der Periode der Bebenwellen wird und daß hierbei außer dem Torsionsmodul ebenfalls etwa 30% des Kompressionsmoduls relaxieren.

Der in den äußeren 2900 km des Erdkörpers aus der Geschwindigkeit der Bebenwellen bestimmte Kompressionsmodul ist in Wirklichkeit ein dynamischer Kompressionsmodul. Bei statischer, d. h. bei mehr als etwa 300 Jahre dauernder Druckbeanspruchung der dort vorhandenen Materie müßte ein um etwa 30% kleinerer Kompressionsmodul erwartet werden. Insbesondere bei der Berechnung der durch die gravitativen Drucke im Erdinnern erzeugten Dichtenänderungen wäre also gegenüber den bisher benützten Werten eine um 30% erhöhte Kompressibilität einzusetzen.

Für einen kontinuierlichen Verlauf von Zusammensetzung und Dichte des Erdinneren charakteristisch ist die Voraussage einer an der Grenze des „Erdkerns“ besonders ausgeprägte Dispersion der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, sowie die Aussage, daß die Größe des „Erdkerns“ für Bebenwellen hoher Frequenz etwas kleiner als für Bebenwellen niedriger Frequenz ist.

Es wird darauf hingewiesen, daß solche für den kontinuierlichen Verlauf charakteristische Effekte (Dispersion und Abhängigkeit der Größe des „Kerns“ von der Frequenz der Wellen) von K. ALTENBURG durch Fourieranalyse von Seismogrammen festgestellt wurden.

LITERATUR

- [1] KUHN, W. und RITTMANN, A.; Geolog. Rundschau 1941 **32** 215, im folgenden als *loc. cit.* I bezeichnet; ferner: KUHN, W.; Naturwiss. 1942 **30** 689; *ibid* 1946 **33** 311; Exper. 1946 **2** 391; *ibid* 1948 **4** 23.
- [2] MAXWELL, J. C.; Philos. Mag. 1867 (IV) **35** 134; Phil. Trans. Roy. Soc. London 1867 **157** 49.
- [3] KUHN, W.; Exper. 1948 **4** 23.
- [4] Vgl. hierzu EUCKEN, A.; Naturwiss. 1944 **32** 112 und KUHN, W.; Exper. 1946 **2** 391; 1948 **4** 23.
- [5] Vgl. z. B. JUNG, K.; Naturforsch. u. Medizin in Deutschland 1939—1946 **17**; Geophysik, Teil I, S. 7; insbes. S. 14.
- [6] KUHN, W. und VIELHAUER, S.; Z. physikal. Chem. (im Erscheinen).
- [7] RAMSEY, W. H.; Mon. Not. Roy. Astr. Soc. 1948 **108** 406; 1950 **110** 444; Mon. Not. Roy. Astr. Soc. Geophys. Suppl. 1949 (V) 409.
- [8] Vgl. z. B. UREY, H. C.; Geochim. et Cosmochim. Acta 1951 **1** 209.
- [9] ALTENBURG, K.; Exper. 1949 **5** 68; Gerl. Beitr. Geophys. 1950 **61** 240.

